Απαντήσεις Μαθηματικών Γυμνασίου

Θέμα 1.

Α: 1Λ, 2Λ, 3Λ, 4Σ, 5Λ, 6Σ, 7Λ, 8Λ, 9Σ, 10Λ

Β:

1. $(4\chi-\alpha)^2=16\chi^2-8\chi\alpha+\alpha^2$

2. $(\chi^2-2\omega)^2=\chi^4-4\chi^2\omega+4\omega^2$

3. $(\chi+3)^2=\chi^2+6\chi+9$

4. $(\psi-4)^2=\psi^2-8\psi+16$

5. $\frac{\chi}{\psi}:\frac{\chi+2}{\psi}=\frac{\chi}{\chi+2}$

Γ:

$Α=12(\chi^2-1)=12(\chi-1)(\chi+1)=3\cdot2^2(\chi-1)(\chi+1)$

$Β=18(\chi^2-2\chi+1)=18(\chi-1)^2=2\cdot3^2\cdot(\chi-1)^2$

$Γ=9\chi(\chi-1)=3^2\cdot\chi(\chi-1)$

ΕΚΠ: $2^2\cdot3^2\chi(\chi-1)^2(\chi+1)$

ΜΚΔ: $3(\chi-1)$

Θέμα 2

Α1(iv), Α2(iv), Α3(iii), Α4 (i),(iii)

Β (i)

$$\begin{array}{c} 1<\chi<3 \\ 2<\psi<5 \\ \hline 3<\chi+\psi<8 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 1<\chi<3 \\ -5<-\psi<-2 \\ \hline -4<\chi-\psi<1 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 1<\chi<3 \\ 2<2\chi<6 \end{array} \quad \Bigg| \quad \begin{array}{c} 2<\psi<5 \\ -15<-3\chi<-6 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 2<2\chi<6 \\ -15<-3\psi<-6 \\ \hline -13<2\chi-3\psi<0 \end{array}$$

Γ. $2016^2-1986^2=(2016-1986)(2016+1986)=30\ 4002=120.060$

Θέμα 3

Α)

$Α(χ)=3(χ-2)^2-2(1-2χ)-8χ^2-5(3-2χ)+4$

$= 3(χ^2-4χ+4)-2(1-4χ^2)-8χ^2 -15+10χ+4$

$=3χ^2-12χ+12-2+8χ^2-15+10χ+4$

$=3χ^2-2χ-1$

$Β(χ) = (χ-2)^3+χ^2(5-χ)-9-12χ=$

$(χ^3-3χ^2·2+3χ·2^2-2^3)+5χ^2-χ^3-9-12χ=$

$Χ^3-6χ^2+12χ-8+5χ^2-χ^3-9-12χ=1-χ^2$

Β)

$Α(χ)=0,$ $3χ^2-2χ-1=0$

$$\chi_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{6}=\frac{2\pm 4}{6}=\begin{cases}1\\ -\frac{1}{3}\end{cases}$$

$A(\chi)=3(\chi-1)(\chi+\frac{1}{3})$ ή $Α(χ)=(χ-1)(3χ+1)$

$Β(χ) = 1-χ^2=(1-χ)(1+χ)$

Γ) $\frac{A(\chi)}{B(\chi)}=\frac{(\chi-1)(3\chi+1)}{(1-\chi)(1+\chi)}$ Πρέπει $χ\neq\pm1$, $\frac{A(\chi)}{B(\chi)}=-\frac{3\chi+1}{\chi+1}$

Δ) $-\frac{3\chi+1}{\chi+1}=-2,$ $\frac{3\chi+1}{\chi+1}=2,$ $\Rightarrow 3χ+1=2+2χ$ $\Rightarrow$ $χ=1$

Επειδή όμως πρέπει $χ\neq\pm1$ η λύση δεν είναι δεκτή. Άρα η εξίσωση είναι αδύνατη.

Θέμα 4

α) Συγκρίνω τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΚΒΕ

$$\left.\begin{array}{r}\text{Αυτά είναι ορθογώνια και έχουν ΑΒ=ΒΕ}\\ \text{και } \mathrm{K}\widehat{\mathrm{B}}\mathrm{E} = \mathrm{A}\widehat{\mathrm{B}}\Delta \text{ ως κατά κορυφήν}\end{array}\right\} \text{ άρα είναι ίσα} \Longrightarrow \text{ΚΕ=ΑΔ (1)}$$

$$\left.\begin{array}{r}\text{Ομοίως τα ΑΔΓκαιΖΛΓείναι ορθογώνιακαι έχουν ΑΓ=ΓΖ}\\ A\widehat{\Gamma}\Delta = \Lambda\widehat{\Gamma}Z \text{ είναι κατακορυφήν}\end{array}\right\} \text{άρα είναι ίσα} \Longrightarrow \text{ΛΖ=ΑΔ (2)}$$

Από(1) και (2) $\Rightarrow$ ΕΚ=ΖΛ.

Β) ι)

ΑΔΝκαιΔΝΓείναι όμοια γιατί είναι ορθογώνια και

$\Delta\hat{A}N = 90 - \Gamma$(3) από ΑΔΓ ορθογώνιο τρίγωνο

$N\hat{\Delta}\Gamma = 90 - \Gamma$ (4) από ΝΔΓ ορθογώνιο τρίγωνο

ιι) Από την ομοιότητα (1) έχουν $\frac{\Delta N}{AN} = \frac{N\Gamma}{\Delta N} \Longrightarrow \Delta N^2 = N\Gamma \cdot AN$

ιιι) $\Delta M = \frac{A\Gamma}{2}$ επειδή είναι διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου από την κορυφή της ορθής

αλλά ΑΓ=ΓΖ άρα $\Delta M = \frac{\Gamma Z}{2}$