



## ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ ΣΧΟΛ. ΕΤΟΥΣ 2015-2016

### ΘΕΜΑΤΑ:

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω ισότητες σωστά συμπληρωμένες:

- i.  $(\dots\dots\dots + \frac{1}{2})^2 = 16\alpha^2 + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$
- ii.  $(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)^2 = 9\alpha^2 - 12\alpha\beta + \dots\dots\dots$
- iii.  $(2\alpha + \dots\dots\dots)(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots - 9\beta^2$
- iv.  $(\alpha^2x^3 + \dots\dots\dots)(\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots - \beta^4y^8$

(μονάδες 8)

**A2.** Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ) καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις:

1.	Η εξίσωση $\frac{6}{x-3} + \frac{3}{x-2} = \frac{20}{x}$ έχει νόημα αν $x \neq 3$ και $x \neq 2$	Σ	Λ
2.	Ο αριθμός $-1$ είναι λύση της εξίσωσης $\frac{x+1}{x-1} + \frac{2x}{x+2} = -2$	Σ	Λ
3.	Η εξίσωση $\frac{12}{x} + \frac{5(x+3)}{x-1} = 19$ γράφεται $12(x-1) + 5x(x+3) = 19$	Σ	Λ
4.	Η διακρίνουσα της εξίσωσης $ax^2 - \beta x + \gamma = 0$ $\alpha \neq 0$ είναι $\Delta = -\beta^2 - 4\alpha\gamma$	Σ	Λ



(μονάδες 8)

**A3.**

i) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$$

(μονάδες 5)

ii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \left(\frac{2015}{2014} + \frac{2014}{2015}\right)^2 - \left(\frac{2015}{2014} - \frac{2014}{2015}\right)^2$$

(μονάδες 4)

### **ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι αριθμοί:

$$\alpha = \sqrt{1 + \sqrt{3 + \sqrt{36}}} \quad \text{και} \quad \beta = \frac{4^{10}}{2^{18}}$$

και το πολυώνυμο:  $P(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$

το οποίο έχει μια διπλή ρίζα.



**B1.** Να βρείτε τα  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$

(μονάδες 9)

**B2.** Για  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 4$ ,  $\gamma = 2$  και για πολυώνυμο:

$$Q(x) = P(x) - (x + 2)^2 - x^2$$

i) Να δείξετε ότι  $Q(x)$  είναι σταθερό

(μονάδες 6)

ii) Να λυθεί η εξίσωση:  $x^2 = Q^2(x)$

(μονάδες 5)

iii) Να αιτιολογήσετε ότι:  $Q(2015^{2016}) < 0$

(μονάδες 5)

### ΘΕΜΑ Γ

Κατασκευάζουμε μια γωνία  $xOy$  και φέρνουμε τη διχοτόμο της  $Oδ$ . Παίρνουμε ένα σημείο  $M$  πάνω στην  $Oδ$  και φέρνουμε τις καθέτους  $MA$  και  $MB$  πάνω στις πλευρές  $Ox$  και  $Oy$  της γωνίας αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

**Γ1.** Το τρίγωνο  $AMB$  είναι ισοσκελές.

(μονάδες 10)

**Γ2.** Η ευθεία  $OM$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $AMB$ .

(μονάδες 4)

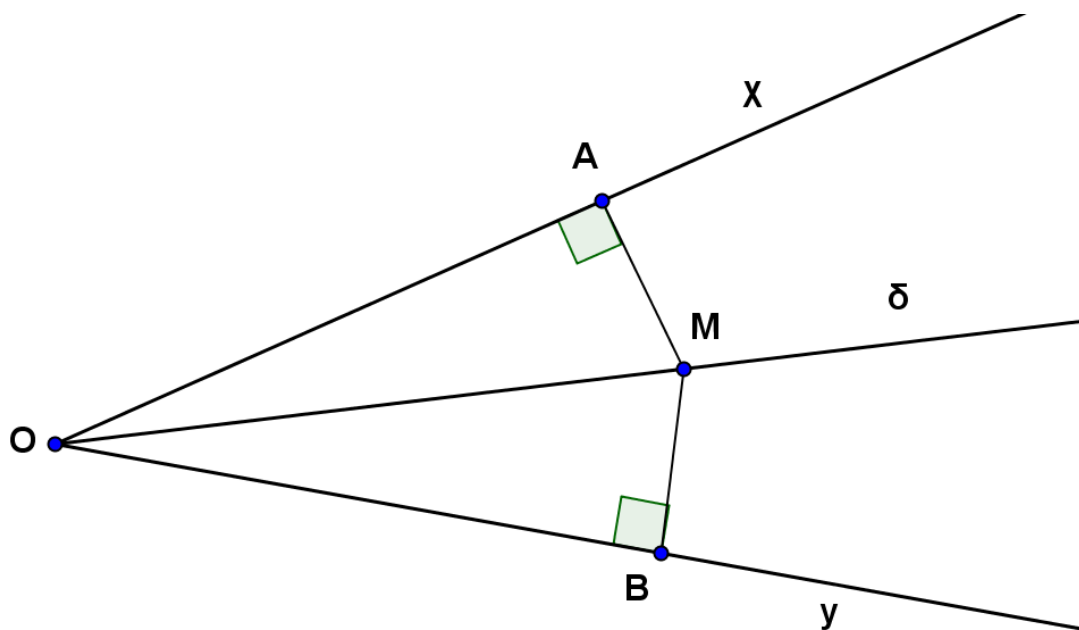


Γ3. Το τμήμα  $OM$  είναι κάθετο στο  $AB$ .

(μονάδες 7)

Γ4. Αν ένα σημείο  $K$  ισαπέχει από τα άκρα του  $AB$ , τότε είναι σημείο της  $OM$ .

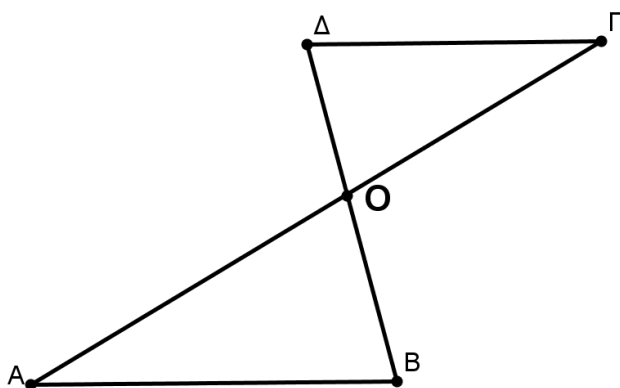
(μονάδες 4)





**ΘΕΜΑ Δ**

Στο παρακάτω σχήμα τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΓΔ έχουν  $\Delta\Gamma // AB$  και ΟΓ και ΟΔ είναι οι προεκτάσεις των ΟΑ και ΟΒ.



**Δ1.** Ναδειχθεί ότι τα ΟΑΒ και ΟΓΔ είναι όμοια και να γραφούν οι ίσοι λόγοι ομοιότητας του ΟΑΒ προς το ΟΓΔ.

(μονάδες 8)

**Δ2.** Αν  $OA = \frac{2\chi^2 + 8\chi + 8}{\chi + 2}$ ,  $OB = \frac{\chi^2 + 3\chi - 18}{\chi - 3}$ ,  $OD = \frac{\chi^2 - 1}{\chi - 1}$ ,  $OG = \frac{2\chi^2 - 4\chi + 2}{\chi - 1}$

i) Να βρείτε τις τιμές για τις οποίες ορίζονται τα κλάσματα και να τα απλοποιήσετε .

(μονάδες 12)

ii) Χρησιμοποιώντας τους λόγους ομοιότητας του Δ1 ερωτήματος να βρεθεί το  $\chi$ .

(μονάδες 5)



### ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ

1. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιό σας.
2. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας **σε όλα τα θέματα** με όποια σειρά θέλετε.
3. Κάθε τεκμηριωμένη απάντηση είναι δεκτή.
4. Την τελευταία σελίδα μπορείτε να τη χρησιμοποιήσετε ως πρόχειρο.
5. Διάρκεια εξέτασης 1.30' μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Δυνατή αποχώρηση μία (1) ώρα μετά την έναρξη της εξέτασης.
7. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με **μπλε ή μαύρο** στυλό.
8. Να μη χρησιμοποιήσετε **διορθωτικό** (blanco).