



ΘΕΜΑ Α:

1. Λ., 2. Σ, 3. Σ, 4. Σ, 5. Λ, 6. Σ, 7. Σ, 8. Λ, 9. Λ, 10. Λ.

ΘΕΜΑ Β:

B1) Για διπλή ρίζα πρέπει  $\Delta=0$ .

$$\text{Δηλ. } (-8)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (3\mu + 2) = 0 \Leftrightarrow 64 - 8(3\mu + 2) = 0 \Leftrightarrow 64 - 24\mu - 16 = 0 \Leftrightarrow -24\mu = -48 \Leftrightarrow \mu = 2.$$

B2)

i) Για  $\mu = 2$ :

$$P(x) = -2(x^2 - 4x + 4) - 4 + 2x^2 - 8x + 3\mu + 2 = -2x^2 + 8x - 8 - 4 + 2x^2 - 8x + 6 + 2 = -4.$$

ρα  $P(x) = -4$  σταθερ πολυ νυμο.

$$\text{ii) } (x-1)^2 + (-4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \dots x_1 = 3, x_2 = -1$$

$$\text{iii) Επειδ το } P(x) = -4 \text{ σταθερ πολυ νυμο, } P(\sqrt{2014} - \sqrt{2013}) = -4$$

ΘΕΜΑ Γ:

Γ1):  $\text{AKL} \approx \text{ABΓ}$  γιατ χουν τις γων ες τους σες (A κοιν ,  $\text{AKL} = \text{ABΓ}$  ως εντ ς εκτ ς και επ τα αυτ των  $\text{KL} // \text{BΓ}$ , αφο  $\text{KL}$  εν νει τα μ σα δ ο πλευρ ν του τριγ νου  $\text{ABΓ}$ )

$$\text{Γ2): Αφο } \text{AKL} \approx \text{ABΓ} \text{ με λ γο ομοι τητας } \lambda = \frac{\text{AK}}{\text{AB}} = \frac{1}{2} \text{ θα ε ναι } \frac{\text{Π}(\text{AKL})}{\text{Π}(\text{ABΓ})} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{\text{Π}(\text{AKL})}{50 \text{ cm}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{Π}(\text{AKL}) = 25 \text{ cm. Τα τρ γωνα } \text{KΔL} = \text{KΑL}, \text{ δι τι } \Delta\text{K} = \frac{1}{2} \text{ AB} = \text{KA}$$

( $\Delta\text{K}$  δι μεσος προς την υποτε νουσα ορθογων ου τριγ νου  $\text{AΔB}$ )

$$\text{Ομο ως } \Delta\text{L} = \frac{1}{2} \text{ AΓ} = \text{AL}$$

(Η  $\Delta\text{L}$  δι μεσος προς την υποτε νουσα ορθογων ου τριγ νου  $\text{AΔΓ}$ ) και η  $\text{KL}$  κοιν .

$$\text{τσι η } \text{Π}(\text{KΔL}) = \text{Π}(\text{AKL}) = 25 \text{ cm}$$



$$\Gamma 3): \text{ Αφο } \text{AKL} \approx \text{ABΓ} \text{ με } \lambda = \frac{1}{2} \text{ θα ε ναι } \frac{(\text{AKL})}{(\text{ABΓ})} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{(\text{AKL})}{25 \text{ cm}^2} = \frac{1}{4}$$

$$(\text{AKL}) = \frac{25}{4} \text{ cm}^2 = 6,25 \text{ cm}^2$$

$$\rho\alpha(\text{KΛΓB}) = (\text{ABΓ}) - (\text{AKL}) = 25 - \frac{25}{4} = \frac{75}{4} \text{ cm}^2 = 18,75 \text{ cm}^2$$

Γ4) Αφού το Ν ισαπέχει από τα Κ,Λ θα ανήκει στην μεσοκάθετο των ΚΛ

Το Μ ισαπέχει επίσης από τα ΚΛ,

Άρα η ΜΝ είναι μεσοκάθετος των ΚΛ, επομένως ΚΛ κάθετο στο ΜΝ

#### ΘΕΜΑ Δ:

Δ1) Για να ορίζεται η Α πρέπει:

$$\begin{pmatrix} x-2 \neq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \\ 1+\frac{4}{x^2} \neq 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \neq 2 \\ (x-2)(x+2) \neq 0 \\ \frac{x^2-4+4}{x^2-4} \neq 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \neq 2 \\ x \neq 2 \ \& \ x \neq -2 \\ \frac{x^2}{x^2-4} \neq 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \neq 2 \\ x \neq 2 \ \& \ x \neq -2 \\ x^2 \neq 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\begin{pmatrix} x \neq 2 \\ x \neq 2 \ \& \ x \neq -2 \\ x \neq 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x \neq 2 \ \& \ x \neq -2 \ \& \ x \neq 0$$

Για να ορίζεται η Β πρέπει

$$\begin{pmatrix} x-1 \neq 0 \\ x^3-x \neq 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \neq 1 \\ x(x^2-1) \neq 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \neq 1 \\ x(x-1)(x+1) \neq 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \neq 1 \\ x \neq 0, x \neq 1, x \neq -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$x \neq 1 \ \& \ x \neq -1 \ \& \ x \neq 0$$



Δ2) Με τους περιορισμούς  $x \neq 2$  &  $x \neq -2$  &  $x \neq 0$  έχουμε:

$$A = \frac{x + \frac{2x}{x-2}}{1 + \frac{4}{x^2-4}} = \frac{\frac{x(x-2)+2x}{x-2}}{\frac{x^2-4+4}{x^2-4}} = \frac{\frac{x^2-2x+2x}{x-2}}{\frac{x^2}{(x-2)(x+2)}} = \frac{x^2(x-2)(x+2)}{x^2(x-2)} = x+2$$

Με τους περιορισμούς  $x \neq 1$  &  $x \neq -1$  &  $x \neq 0$

$$B = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^3}{x^3-x} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^3}{x(x^2-1)} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} =$$
$$= \frac{(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} - \frac{x^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2+2x+1-x^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x+1}{(x-1)(x+1)}$$

Δ3)  $\frac{2}{x}A - (x+1)B = 0$  με τους περιορισμούς  $x \neq 2, x \neq -2, x \neq 0, x \neq 1, x \neq -1$

ε ναι:

$$\frac{2}{x}(x+2) - (x+1)\frac{2x+1}{(x-1)(x+1)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2x+4}{x} - \frac{2x+1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{(2x+4)(x-1) - x(2x+1)}{x(x-1)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{2x^2 - 2x + 4x - 4 - 2x^2}{x(x-1)} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x-4}{x(x-1)} = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

δεκτ επειδ ικανοποιε τους περιορισμο ς.